Zarządzanie– studia dzienne
Matematyka - Lista nr 5

Zadanie 1.
Zapisać układy równań liniowych $AX = B$ dla następujących macierzy A i B i rozwiązać je:

a) $A=\begin{bmatrix}2 & -5\\ 4 & -10\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1\\ 3\end{bmatrix}$; b) $A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 9 & 3\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1\\ 3\end{bmatrix}$; c) $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3\\ 2 & 7 & 5\\ 2 & -2 & 6\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2\\ 1\\ -5\end{bmatrix}$;

d) $A=\begin{bmatrix}5 & -6 & 4\\ 3 & -3 & 2\\ 4 & -5 & 2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}3\\ 2\\ 1\end{bmatrix}$; e) $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & -1\\ 3 & -1 & -7 & 2\\ 6 & 2 & -1 & -1\\ 2 & -2 & 2 & -2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2\\ 0\\ 3\\ 5\end{bmatrix}$;

f) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & -4\\ 0 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 3 & 0 & -3\\ 0 & -7 & 3 & 1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}4\\ -3\\ 1\\ -3\end{bmatrix}$;

Zadanie 2.
Czy układ równań liniowych $AX = B$ posiada rozwiązanie? Czy jest ono jedyne? Wyznaczyć to rozwiązanie lub wszystkie rozwiązania, jeśli jest ich więcej:

a) $A=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ 6 & -2 & 2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}$; b) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 5 & -1 & 1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}$;

c) $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 1\\ 5 & -1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}8\\ -1\\ 7\end{bmatrix}$; d) $A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & -1\\ 2 & 5\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1\\ -6\\ 7\end{bmatrix}$;

e) $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 1\\ 5 & -1 & 3\\ 7 & -2 & 4\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}-1\\ 2\\ 3\\ 5\end{bmatrix}$; f) $A=\begin{bmatrix}3 & -5 & 2 & 4\\ 7 & -4 & 1 & 3\\ 5 & 7 & -4 & -6\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2\\ 5\\ 3\end{bmatrix}$;

g) $A=\begin{bmatrix}3 & -2 & 5 & 4\\ 6 & -4 & 4 & 3\\ 9 & -6 & 3 & 2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2\\ 3\\ 4\end{bmatrix}$.

Zadanie 3.
Metodą eliminacji Gaussa rozwiązać układ równań $AX = B$:

a) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 2 & 1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 2 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}13\\ 10\\ 11\\ 6\\ 3\end{bmatrix}$; b) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3 & 4 & -1\\ 2 & -1 & 3 & -4 & 2\\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1\\ 4 & 3 & 4 & 2 & 2\\ 1 & -1 & -1 & 2 & -3\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}-1\\ 8\\ 3\\ -2\\ -3\end{bmatrix}$.

Zadanie 4.
Dla jakich wartości parametru $p \in R$ podane układy równań są układami Cramera:

a) $\begin{cases} (p+1)x - py = 1 \\ 2x + (p-1)y = 3p \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2px + 4y - pz = 4 \\ 2x + y + pz = 1 \\ (4+2p)x + 6y + pz = 3 \end{cases}$; c) $\begin{cases} px + 3y + pz = 0 \\ -px + 2z = 3 \\ x + 2y + pz = p \end{cases}$.

Zadanie 5.
Dla jakich $k \in R$ układ równań:

a) $\begin{cases} kx + y + 2z = 1 \\ x + ky + 3z = 1 \\ x + y + 4z = k \end{cases}$; b) $\begin{cases} kx - y = 2 \\ x + z = k \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} kx + y = 1 \\ x + ky = 1 \\ x + y = k \end{cases}$

ma rozwiązania. Wyznaczyć te rozwiązania.

Zadanie 6.
Zbadać warunki rozwiązalności układów równań:

a) $\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ kx - 14y + 15z = 0 \\ x - 2y - 3z = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 3x + (a-1)y + 2z = 0 \\ (a+3)x + (2a-2)y + (2a-2)z = 0 \\ 5x + 2y - 4z = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x + (a+1)y + (2a+3)z = 0 \\ 2x + (3a+1)y + 10z = 0 \\ x + 2y + 5z = 0 \end{cases}$